

Phần chung cho tất cả các thí sinh (7,0điểm)

Câu I(2,0điểm). Cho hàm số : $y = \frac{2x + m - 1}{x - 2}$ (C_m)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$
2. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm của (C_m) với trục tung bằng $\frac{2}{5}$.

Câu II(2,0điểm)

1. Giải phương trình : $\sin x (2\cos 2x + 1) - \cos x (2\sin 2x + \sqrt{3}) = 1$
2. Giải phương trình : $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} - 4\sqrt{4x-x^2-3} = -2$ (với $x \in \mathbb{R}$)

Câu III(1,0điểm). Tính tích phân sau : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (e^{\cos x} + \sin x) dx$

Câu IV (1,0điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của CD, I là giao điểm của AC và BM. Tính thể tích của khối chóp I.SAD

Câu V(1,0điểm). Chứng minh rằng với mọi số thực dương a, b, c ta luôn có:

$$\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \geq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

Phần riêng(3,0điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình chuẩn

Câu VIa.(2,0điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ oxy, cho hình bình hành ABCD biết phương trình các đường thẳng AB, BC và AC lần lượt là : $x - 5y - 2 = 0$, $x + y - 8 = 0$ và $x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh D.
2. Trong không gian với hệ tọa độ oxyz cho hình lập phương ABCD.A₁B₁C₁D₁, biết D(0;0;0), A(a;0;0), C(0;a;0), D₁(0;0;a). Gọi M là trung điểm của DD₁, G là trọng tâm của tam giác ABB₁.Viết phương trình mặt cầu đường kính MG.

Câu VIIa.(1,0 điểm)

Tìm hệ số của x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x}\right)^n$, biết $C_{n+4}^3 - C_{n+3}^3 = 7(n+3)$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu VIb.(2,0điểm)

1. Trong mặt phẳng (oxy) cho đường thẳng $\Delta : 2x - 3y + 1 = 0$ và điểm I(1 ; -1).Viết phương trình đường tròn tâm I cắt Δ theo một dây cung có độ dài bằng 8.
2. Trong không gian với hệ tọa độ oxyz cho tam giác ABC, biết A(5;1;3), B(5;0;0), C(4;0;6). Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

Câu VIIb(1,0điểm)

Tính tổng : $S = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$, biết $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$

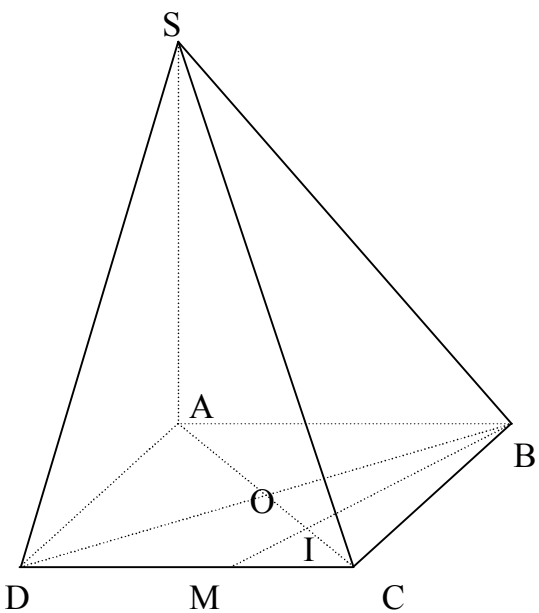
(với C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

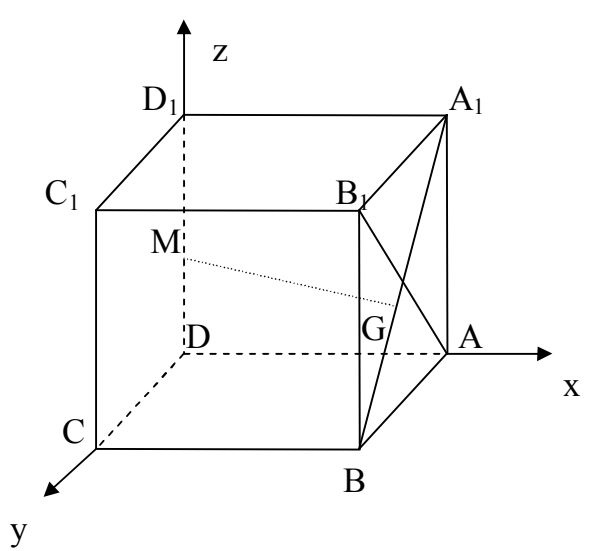
Đáp án - thang điểm

Đề kiểm tra chất lượng dạy học bồi dưỡng môn toán khối D-năm 2009-2010.

Câu	Đáp án	Điểm												
I(2,0đ)	1.(1,25đ).													
	<p>Với $m = 0$ ta có hàm số : $y = \frac{2x-1}{x-2}$</p> <p>Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$</p>	0,25												
	<p>Sự biến thiên:</p> <p>Chiều biến thiên: $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$, với $\forall x \in D$</p> <p>\Rightarrow hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$</p> <p>cực trị : Hàm số không có cực trị</p>	0,25												
	<p>Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ \Rightarrow đồ thị có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$</p>	0,25												
	<p>Bảng biến thiên :</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> </table> </div> <p>Đồ thị : cắt trục tung tại $(0; -\frac{1}{2})$, cắt trục hoành tại $(-\frac{1}{2}; 0)$ đồ thị nhận điểm $I(2; 2)$ làm tâm đối xứng .</p> <div style="text-align: center;"> </div>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'				y	2	$+\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	2	$+\infty$											
y'														
y	2	$+\infty$	2											
		0,25												

	<p>2.(0,75đ)</p> <p>Gọi A là giao điểm của (C_m) với oy ta có $A(0; \frac{1-m}{2})$, và Δ là tiếp tuyến với (C_m) tại A. Ta có pt $\Delta: y = y'(0).x + \frac{1-m}{2} \Rightarrow$ pt $\Delta: (m+3)x + 4y + 2m - 2 = 0$</p> <p>theo gt ta có : $d(O; \Delta) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{ 2m-2 }{\sqrt{(m+3)^2 + 16}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{7}{3} \end{cases}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p>
<p>II.(2,0đ)</p>	<p>1.(1,0đ)</p> <p>pt $\Leftrightarrow 2(\sin x \cdot \cos 2x - \cos x \cdot \sin 2x) + \sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$</p> <p>$\Leftrightarrow -2\sin x + \sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$</p> <p>$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = -1 \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$.</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbf{Z})$</p> <p>2.(1,0đ).</p> <p>Đk : $1 \leq x \leq 3$</p> <p>đặt $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \cdot (t \geq 0) \Rightarrow \sqrt{4x-x^2-3} = \frac{t^2-2}{2}$</p> <p>ta có phương trình: $t - 4 \cdot \frac{t^2-2}{2} = -2 \Leftrightarrow 2t^2 - t - 6 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$, do $t \geq 0$, nên $t = 2$</p> <p>$t = 2 \Rightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{4x-x^2-3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>III.(1,0đ)</p>	<p>Ta có : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$</p> <p>$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot d(\cos x) + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2x) dx$</p> <p>$= -e^{\cos x} \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} (x - \frac{1}{2} \sin 2x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4} + e - 1$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

<p>IV.(1,0đ)</p>	<p>Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có :</p> $AI = AO + OI = AO + \frac{1}{3}OC = \frac{a\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ $\Rightarrow S_{AID} = \frac{1}{2} AI \cdot AD \cdot \sin DAI = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{3}$ $\Rightarrow V_{I.SAD} = V_{S.ADI} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{AID} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2}{3} = \frac{2a^3}{9} \quad (\text{đvtt})$ 	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>V.(1,0đ)</p>	<p>Theo bất TBC-TBN ta có :</p> $\frac{a}{b^3} + \frac{a}{b^3} + \frac{1}{a^2} \geq 3 \frac{1}{b^2}$ $\frac{b}{c^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{1}{b^2} \geq 3 \frac{1}{c^2}$ $\frac{c}{a^3} + \frac{c}{a^3} + \frac{1}{c^2} \geq 3 \frac{1}{a^2}$ <p>cộng theo vế 3 bất trên \Rightarrow đpcm</p>	<p>0,75</p> <p>0,25</p>
<p>VIa.(2,0đ)</p>	<p>1.(1,0đ)</p> <p>Ta có : $A = AB \cap AC \Rightarrow$ tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x - 5y - 2 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-3 ; -1)$ <p>Tương tự ta cũng có B(7 ; 1) và C(3 ; 5).</p> <p>Gọi I là giao điểm của AC và BD ,ta có : là trung điểm của AC nên I(0 ; 2) và</p>	<p>0,5</p>

	I là trung điểm của BD, nên D(-7; 3).	0,5
	2.(1,0đ)	
	<p>Ta có : B(a ; a ; 0) ; B₁(a;a;a) ; A(a ; 0 ; 0) .</p> 	0,25
	<p>vì G là trọng tâm của tam giác ABB₁ , nên G(a; $\frac{2a}{3}$; $\frac{a}{3}$)</p> <p>và M là trung điểm của DD₁ nên M(0;0; $\frac{a}{2}$) .Gọi I là trung điểm của MG \Rightarrow</p> <p>I($\frac{a}{2}$; $\frac{a}{3}$; $\frac{5a}{12}$) ; $MG = \sqrt{a^2 + (\frac{2a}{3})^2 + (\frac{a}{6})^2} = \frac{a\sqrt{53}}{6}$.</p> <p>\Rightarrow pt mặt cầu đường kính MG : $(x - \frac{a}{2})^2 + (y - \frac{a}{3})^2 + (z - \frac{5a}{12})^2 = \frac{53a^2}{144}$</p>	0,25
	<p>VIIa.(1,0đ) Từ $C_{n+4}^3 - C_{n+3}^3 = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{3!(n+1)!} - \frac{(n+3)!}{3!.n!} = 7(n+3)$</p> <p>$\Leftrightarrow (n+4)(n+2) - (n+2)(n+1) = 42 \Leftrightarrow n = 12$</p> <p>Khi đó ta có : $(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x})^n = (x^{-\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{2}})^{12}$, có số hạng tổng quát là :</p> <p>$C_{12}^k (x^{-\frac{1}{3}})^{12-k} \cdot (x^{\frac{1}{2}})^k = C_{12}^k \cdot x^{\frac{k}{2} - \frac{12-k}{3}}$; ứng với số hạng chứa x, ta có : $\frac{k}{2} - \frac{12-k}{3} = 1$</p> <p>$\Leftrightarrow k = 5 \Rightarrow$ hệ số là $C_{12}^5 = 792$</p>	0,5
VIb.(2,0đ)	1.(1,0đ)	
	R là bán kính của đường tròn cần tìm.giả sử đường tròn tâm I cắt Δ theo dây cung AB, với AB = 8. Gọi H là trung điểm của AB; ta có R =	

	$\sqrt{IH^2 + AH^2}; \text{ với } IH = d(I; \Delta) = \frac{6}{\sqrt{13}}, AH = \frac{1}{2} AB = 4$ $\Rightarrow R = \sqrt{\frac{244}{13}}$ $\Rightarrow \text{pt đường tròn : } (x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{244}{13}$	<p>0,75</p> <p>0,25</p>
	<p>2. (1,0đ)</p> <p>Ta có $\vec{AB} = (0; -1; -3)$, $\vec{AC} = (-1; -1; 3) \Rightarrow \vec{n} = [\vec{AC}, \vec{AB}] = (6; -3; 1)$</p> <p>khi đó mp(ABC) đi qua điểm A(5; 1; 3), và nhận \vec{n} làm vtpt, nên có pt: $6(x-5) - 3(y-1) + z-3 = 0 \Leftrightarrow \text{pt(ABC): } 6x - 3y + z - 30 = 0.$</p> <p>Gọi H(x;y). Do H là trực tâm nên ta có :</p> $\begin{cases} H \in (ABC) \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \\ \vec{CH} \cdot \vec{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y + z - 30 = 0 \\ x + y - 3z - 5 = 0 \\ y + 3z - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{187}{23} \\ y = \frac{171}{23} \\ z = \frac{81}{23} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{187}{23}; \frac{171}{23}; \frac{81}{23}\right)$	<p>0,25</p> <p>0,75</p>
<p>VIIb.(1,0đ)</p>	<p>Từ $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 79$</p> <p>$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow n = 12.$</p> <p>Theo công thức nhị thức Niu-Tơn ta có:</p> $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$ $\Rightarrow \int_0^1 (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) dx = \int_0^1 (1+x)^n dx$ $\Rightarrow S = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}; \text{ mà } n = 12, \text{ nên:}$ $S = \frac{2^{13} - 1}{13} = \frac{8191}{13}$	<p>0,5</p> <p>0,5</p>