TRƯỜNG T.H.P.T NGUYỄN TRUNG NGẠN **ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM 2009**

Tổ **toán – Tin** **Môn toán** - KHỐI A

Thời gian 180 phút (không kể giao đề)

PHẦN A : DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THI SINH .

Câu I (2,0 điểm) 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (c) của hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 2$

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình : $x^2 - 2x - 2 = \dfrac{m}{|x-1|}$

Câu II (2,0 điểm) 1) Giải phương trình : $\cos\left(\dfrac{11\pi}{4} - \dfrac{5x}{2}\right) + \sin\left(\dfrac{7\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\right) = \sqrt{2}\sin\left(\dfrac{3x}{2} + \dfrac{2009\pi}{2}\right)$

2) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 30x^2 - 9x^2y - 25y = 0 \\ 30y^2 - 9y^2z - 25z = 0 \\ 30z^2 - 9z^2x - 25x = 0 \end{cases}$

Câu III(2,0 điểm) 1) Tính tích phân : $\displaystyle\int_{-1}^{3} \frac{(x+4)dx}{3\sqrt{x+1} + x + 3}$

2) Cho x , y , z là ba số thực thỏa mãn : $2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = 1$ .Chứng minh rằng :

$$\frac{4^x}{2^x + 2^{y+z}} + \frac{4^y}{2^y + 2^{z+x}} + \frac{4^z}{2^z + 2^{x+y}} \geq \frac{2^x + 2^y + 2^z}{4}$$

Câu IV (1,0 điểm) :

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a , AD = 2a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy , cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0 . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho AM = $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N . Tính thể tích khối chóp S.BCNM .

PHẦN B (THÍ SINH CHỈ ĐƯỢC LÀM MỘT TRONG HAI PHẦN (PHẦN 1 HOẶC PHẦN 2)

PHẦN 1 (Dành cho hoc sinh hoc theo chương trình chuẩn)

Câu V.a (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ 0xyz cho hai đường thẳng :

$$d_1 : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8} \quad ; \quad d_2 : \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song . Viết phương trình mặt phẳng (P) qua d_1 và d_2 .

2) Cho điểm A(1;-1;2) ,B(3 ;- 4;-2).Tìm điểm I trên đường thẳng d_1 sao cho IA +IB đạt giá trị nhỏ nhất

Câu VI.a (1.0điểm) Giải phương trình : $\log_9(x+1)^2 + \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{4-x} + \log_{27}(x+4)^3$

PHẦN 2 (Dành cho hoc sinh hoc chương trình nâng cao)

Câu V.b (2,0điểm) Trong không gian với hệ tọa độ 0xyz cho hai đường thẳng :

$$D_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2} \ , \qquad D_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$$

1) Chứng minh rằng D_1 chéo D_2 . Viết phương trình đường vuông góc chung của D_1 và D_2

2) Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của D_1 và D_2

CâuVI.b (1,0 điểm) Cho phương trình : $\log_5^2 x + 2\sqrt{\log_5^2 x + 1} - m - 2 = 0$, (m là tham số) .

Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1; 5^{\sqrt{3}}\right]$

…………………………….Hết ……………………………………………

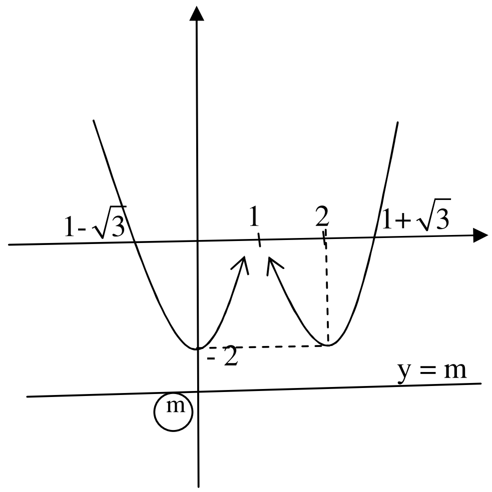
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm .

Hướng dẫn giải :

Phần A : Dành cho tất cả các thí sinh

Câu I : 1) (Thí sinh tự khảo sát và vẽ đồ thị)

2) Đồ thị hàm số $y = (x^2 - 2x - 2)|x-1|$, với $x \neq 1$ có dạng như hình vẽ :



Dựa vào đồ thị ta có : *) Nếu m < -2 : Phương trình vô nghiệm

*) Nếu m = - 2 : Phương trình có hai nghiệm

*) Nếu – 2 < m < 0 : Phương trình có 4 nghiệm phân biệt

*) nếu $m \geq 0$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt

Câu II : 1) $\cos\left(\frac{11\pi}{4} - \frac{5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{2009\pi}{2}\right)$ (1)

(1) $\Leftrightarrow \sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{2}\cos\frac{3x}{2} \Leftrightarrow -2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{3x}{2} = \sqrt{2}\cos\frac{3x}{2}$

$\Leftrightarrow \cos\frac{3x}{2} = 0$ hoặc $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. Giải các phương trình cơ bản tìm được nghiệm :

$x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $x = k2\pi$

2) Ta có $\begin{cases} 30x^2 - 9x^2y - 25y = 0 \\ 30y^2 - 9y^2z - 25z = 0 \\ 30z^2 - 9z^2x - 25x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{30x^2}{9x^2 + 25} \\ z = \dfrac{30y^2}{9y^2 + 25} \\ x = \dfrac{30z^2}{9z^2 + 25} \end{cases}$ (2). Từ hệ ta có x, y, z không âm

*) Nếu x = 0 thì y = z = 0 suy ra (0;0;0) là nghiệm của hệ

*) Nếu x>0, y> 0 , z > 0 . Xét hàm số : $f(t) = \frac{30t^2}{9t^2 + 25}$, t > 0

Ta có $f'(t) = \frac{1500t}{\left(9t^2 + 25\right)^2} > 0$ với mọi t > 0 .

Do đó hàm số f(t) đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Hệ (2) được viết lại $\begin{cases} y = f(x) \\ z = f(y) \\ x = f(z) \end{cases}$.

Từ tính đồng biến của hàm f ta dễ dàng suy ra x= y = z . Thay vào hệ phương trình

Ta được nghiệm $x = y = z = \frac{5}{3}$.

Nghiệm của hệ là $\left\{(0;0;0),\left(\frac{5}{3};\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right)\right\}$

Câu III 1) Tính tích phân I = $\int_{-1}^{3}\frac{(x+4)dx}{3\sqrt{x+1}+x+3}$

Đặt t = $\sqrt{x+1}$. Ta có I = $\int_0^2(2t-6)dt+\int_0^2\frac{20t+12}{t^2+3t+2}dt = \left(t^2-6t\right)\Big|_0^2+\int_0^2\frac{20t+12}{t^2+3t+2}dt$

= - 8 + $\int_0^2\frac{28}{t+2}dt-\int_0^2\frac{8}{t+1}dt$ = - 8 + 28ln2 – 8 ln3

2) Cho x , y , z là ba số thực thỏa mãn : $2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = 1$ .Chứng minh rằng :

$$\frac{4^x}{2^x+2^{y+z}}+\frac{4^y}{2^y+2^{z+x}}+\frac{4^z}{2^z+2^{x+y}} \geq \frac{2^x+2^y+2^z}{4}$$

Đặt $2^x = a$, $2^y = b$, $2^z = c$. Từ giả thiết ta có : ab + bc + ca = abc

Bất đẳng thức cần chứng minh có dạng : $\frac{a^2}{a+bc}+\frac{b^2}{b+ca}+\frac{c^2}{c+ab}\geq\frac{a+b+c}{4}$ (*)

(*) $\Leftrightarrow \frac{a^3}{a^2+abc}+\frac{b^3}{b^2+abc}+\frac{c^3}{c^2+abc}\geq\frac{a+b+c}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{a^3}{(a+b)(a+c)}+\frac{b^3}{(b+c)(b+a)}+\frac{c^3}{(c+a)(c+b)}\geq\frac{a+b+c}{4}$

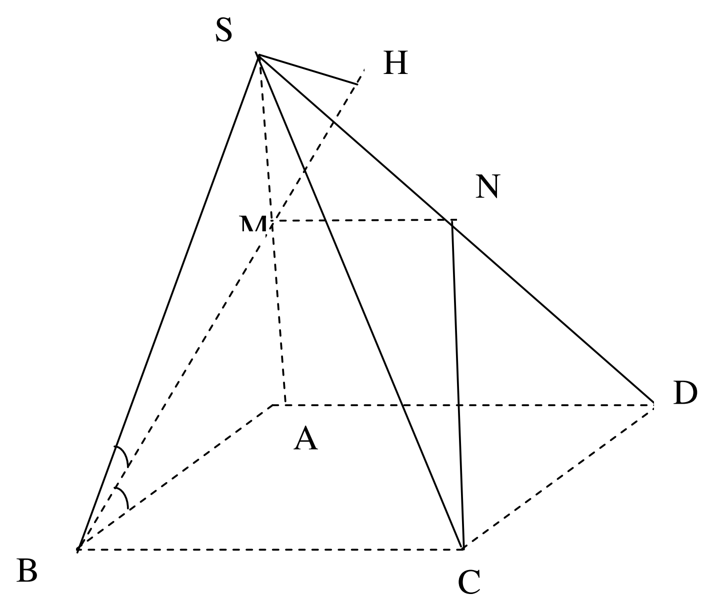
Ta có $\frac{a^3}{(a+b)(a+c)}+\frac{a+b}{8}+\frac{a+c}{8}\geq\frac{3}{4}a$ (1) (Bất đẳng thức Cô si)

Tương tự $\frac{b^3}{(b+c)(b+a)}+\frac{b+c}{8}+\frac{b+a}{8}\geq\frac{3}{4}b$ (2)

$\frac{c^3}{(c+a)(c+b)}+\frac{c+a}{8}+\frac{c+b}{8}\geq\frac{3}{4}c$ (3) .

Cộng vế với vế các bất đẳng thức (1) , (2) , (3) suy ra điều phải chứng minh

Câu IV :



Tính thể tích hình chóp SBCMN

(BCM)// AD nên mặt phẳng này cắt mp(SAD) theo giao tuyến MN // AD

Ta có : $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp BM$. Tứ giác BCMN là hình thang vuông có BM là đường cao

Ta có SA = AB $\tan 60^0 = a\sqrt{3}$, $\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} \Leftrightarrow \frac{MN}{2a} = \frac{a\sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$

Suy ra MN = $\frac{4a}{3}$. BM = $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ Diện tích hình thang BCMN là :

$$S = \frac{BC + MN}{2} BM = \left(\frac{2a + \frac{4a}{3}}{2} \right) \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{10a^2}{3\sqrt{3}}$$

Hạ AH $\perp$ BM . Ta có SH $\perp$ BM và BC $\perp$ (SAB) $\Rightarrow$ BC $\perp$ SH . Vậy SH $\perp$ (BCNM)

$\Rightarrow$ SH là đường cao của khối chóp SBCNM

Trong tam giác SBA ta có SB = 2a , $\frac{AB}{SB} = \frac{AM}{MS} = \frac{1}{2}$.

Vậy BM là phân giác của góc SBA $\Rightarrow \widehat{SBH} = 30^0 \Rightarrow$ SH = SB.sin30^0 = a

Gọi V là thể tích chóp SBCNM ta có V = $\frac{1}{3} SH.(dtBCNM) = \frac{10\sqrt{3}a^3}{27}$

Phần B. (Thí sinh chỉ được làm phần I hoặc phần II)

Phần I. *(Danh cho thí sinh học chương trình chuẩn)*

Câu V.a.1) Véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt là: $\overrightarrow{u_1}$(4; - 6; - 8)

$\overrightarrow{u_2}$(- 6; 9; 12)

+) $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương

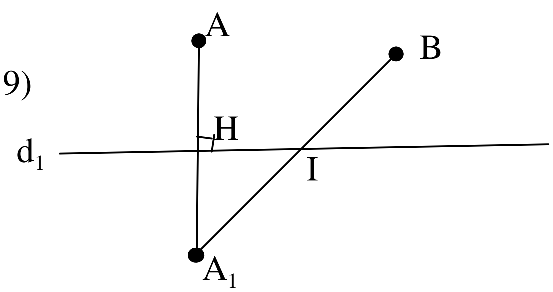
+) M(2; 0; - 1) $\in$ d_1; M(2; 0; - 1) $\notin$ d_2

Vậy d_1 // d_2

*) Véc tơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n}$ = (5; - 22; 19)

(P): 5x – 22y + 19z + 9 = 0

2) $\overrightarrow{AB}$ = (2; - 3; - 4); AB // d_1



Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua d_1

Ta có: IA + IB = IA_1 + IB $\geq$ A_1B

IA + IB đạt giá trị nhỏ nhất bằng A_1B

Khi A_1, I, B thẳng hàng $\Rightarrow$ I là giao điểm của A_1B và d

Do AB // d_1 nên I là trung điểm của A_1B.

*) Gọi H là hình chiếu của A lên d_1. Tìm được H $\left(\frac{36}{29}; \frac{33}{29}; \frac{15}{29}\right)$

A’ đối xứng với A qua H nên A’$\left(\frac{43}{29}; \frac{95}{29}; -\frac{28}{29}\right)$

I là trung điểm của A’B suy ra I$\left(\frac{65}{29}; \frac{-21}{58}; \frac{-43}{29}\right)$

Câu VI a) $\log_9(x + 1)^2 + \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{4 - x} + \log_{27}(x + 4)^3$ (1)

Đ K: $\begin{cases} -4 < x < 4 \\ x \neq -1 \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow$ $\log_3(x + 1) + \log_3 4 = \log_3(4 - x) + \log_3(x + 4)$

$\Leftrightarrow$ $\log_3 4|x+1| = \log_3(16 - x^2)$ $\Leftrightarrow$ $4|x+1| = 16 - x^2$

Giải phương trình tìm được x = 2 hoặc x = 2 - $\sqrt{24}$

Phần II.

Câu V. b. 1) Các véc tơ chỉ phương của D_1 và D_2 lần lượt là $\overrightarrow{u_1}$(1; - 1; 2) và $\overrightarrow{u_2}$(- 2; 0; 1)

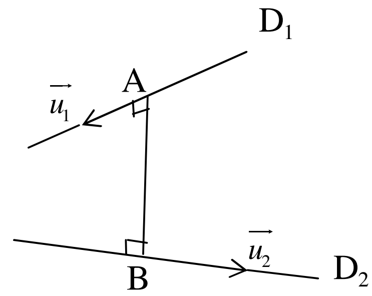
*) Có M(2; 1; 0) $\in$ D_1; N(2; 3; 0) $\in$ D_2

Xét $\left[\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}$ = - 10 $\neq$ 0

Vậy D_1 chéo D_2

*) Gọi $A(2 + t; 1 - t; 2t) \in D_1$

$B(2 - 2t'; 3; t') \in D_2$



$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{1}{3} \\ t' = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{5}{3};\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right);\ B\,(2;\ 3;\ 0)$$

Đường thẳng Δ qua hai điểm A, B là đường vuông góc chung của D_1 và D_2.

Ta có $\Delta : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = 2t \end{cases}$

*) Phương trình mặt cầu nhận đoạn AB là đường kính có dạng:

$$\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$$

b.2) Đặt t = $\sqrt{\log_5^2 x + 1}$ ta thấy nếu x $\in \left[1;5^{\sqrt{3}}\right]$ thì t $\in [1;2]$

Phương trình có dạng: $t^2 + 2t - m - 3 = 0$; $t \in [1;2]$

$\Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = m$; $t \in [1;2]$

Lập bất phương rình hàm $f(t) = t^2 + 2t - 3$ trên $[1;2]$ ta được $0 \le f(t) \le 5$

Đ K của m là: $0 \le m \le 5$