SỞ GD-ĐT NAM ĐỊNH
TRƯỜNG THPT TỐNG VĂN TRÂN

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI

Môn: Toán 180'

PHẦN CHUNG CHO MỌI THÍ SINH

Câu I (2 điểm).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$
2. Tìm m để phương trình $\left|x^4 - 4x^2 + 3\right| = \log_2 m$ có 4 nghiệm phân biệt..

Câu II (2 điểm).

1. Giải bất phương trình: $\left(\sqrt{5}-1\right)^x + \left(\sqrt{5}+1\right)^x - 2^{x+\frac{3}{2}} \le 0$
2. Giải phương trình: $x^2 - (x+2)\sqrt{x-1} = x - 2$

Câu III (2 điểm)

1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = |x|$; $y = 2 - x^2$
2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi , $\angle BAD = \alpha$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy, hai mặt bên còn lại hợp với đáy một góc β. Cạnh SA = a. Tính diện tích xung quanh và thể tích khối chóp S.ABCD.

Câu IV (1 điểm). Cho tam giác ABC với các cạnh là a, b, c. Chứng minh rằng:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3abc \ge a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2)$$

PHẦN TỰ CHỌN: **Mỗi thí sinh chỉ chọn câu Va hoặc Vb**

Câu Va (3 điểm). Chương trình cơ bản

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 3 = 0$ và hai điểm A(1;0), B(3; -4). Hãy tìm trên đường thẳng Δ một điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất.
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng: $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

   Lập phương trình đường thẳng đi qua M(1; 0; 1) và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2.
3. Tìm số phức z thỏa mãn: $z^2 + 2\overline{z} = 0$

Câu Vb. (3 điểm). Chương trình nâng cao

1. Trong mặt phẳng tọa độ cho hai đường tròn (C_1): $x^2 + y^2 = 13$ và (C_2): $(x - 6)^2 + y^2 = 25$ cắt nhau tại A(2; 3). Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt (C_1), (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng: $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

   Lập phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

3. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 1 + 2i| = 1$, tìm số phức z có modun nhỏ nhất.

…Hết…

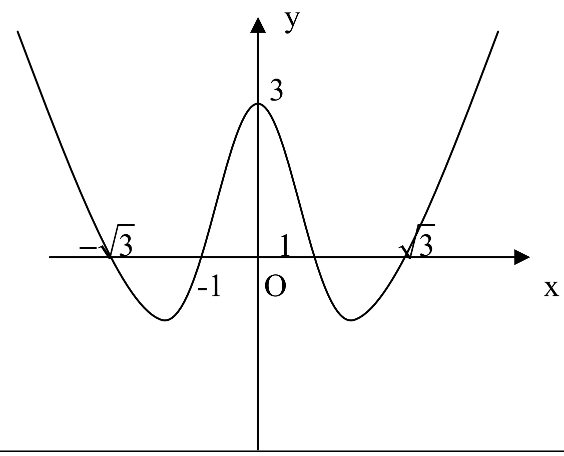
ĐÁP ÁN THANG ĐIỂM

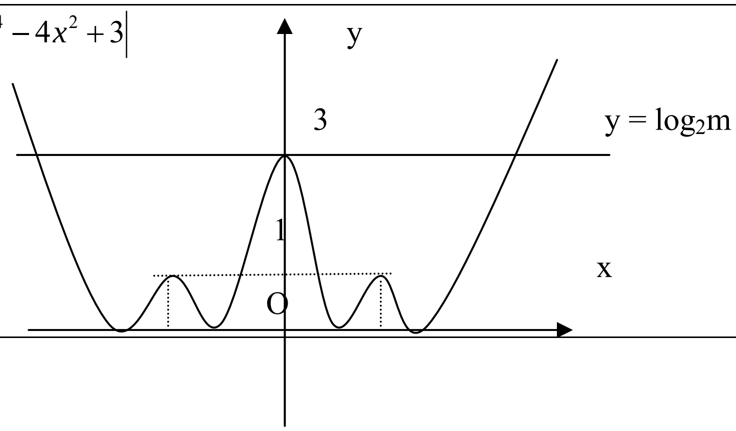
<table>
<tr><th>Câu</th><th>ý</th><th>Nội dung</th><th>Đi</th></tr>
<tr><td rowspan="6">I</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>
TXĐ D = $\mathbb{R}$
Giới hạn : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = +\infty$

Sự biến thiên : y’ = $4x^3$ - 8x
y’ = 0 $\Leftrightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{2}$

Bảng biến thiên
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$-\sqrt{2}$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$\sqrt{2}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y’</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>

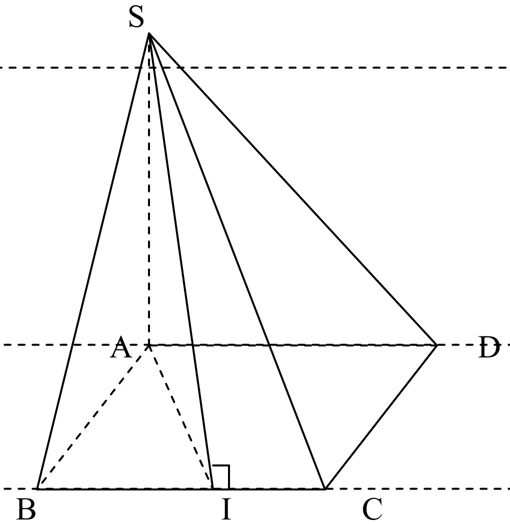
Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\sqrt{2};0\right),\left(\sqrt{2};+\infty\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right),\left(0;\sqrt{2}\right)$
Hàm số đạt cực đại tại x = 0, y_{CD} = 3. Hàm số đạt cực tiểu tại x = $\pm\sqrt{2}$, y_{CT}= -1

Đồ thị


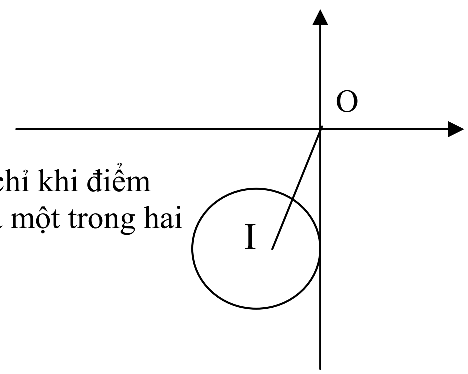
</td><td>02
02
02
02</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>
Đồ thị hàm số $y = \left|x^4 - 4x^2 + 3\right|$


</td><td>02</td></tr>
</table>

		$-\sqrt{3}$ $-\sqrt{2}$ -1 1 $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ Số nghiệm của phương trình $\left\|x^4-4x^2+3\right\|=\log_2 m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left\|x^4-4x^2+3\right\|$ và đường thẳng y = $\log_2$m. Vậy phương trình có 4 nghiệm khi và chỉ khi $\log_2$m = 0 hoặc $1<\log_2 \text{m}<3$ hay m = 1 hoặc 2<m<9	02 02 02
II			2
	1		1
		Viết lại bất phương trình dưới dạng $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x-2\sqrt{2}\le 0$	02
		Đặt t = $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x, t>0.$ khi đó $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x=\frac{1}{t}$	02
		Bất phương trình có dạng $\text{t}+\frac{1}{t}-2\sqrt{2}\le 0 \Leftrightarrow t^2-2\sqrt{2}t+1\le 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}-1\le t\le \sqrt{2}+1$	02
		$\Leftrightarrow \sqrt{2}-1\le \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x\le \sqrt{2}+1$ $\Leftrightarrow \log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}-1)\le x\le \log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}+1)$	02
	2		1
		Điều kiện : $x\ge 1$ Phương trình tương đương với $x^2-x(\sqrt{x-1}-1)-2\sqrt{x-1}-2(x-1)=0$ (*) Đặt $y=\sqrt{x-1}, y\ge 0$. Khi đó (*) có dạng : $x^2-x(y-1)-2y-2y^2=0$	02
		$\Leftrightarrow (x-2y)(x+y+1)=0$	02
		$\Leftrightarrow x-2y=0 (do\ x+y+1\ne 0)$ $\Rightarrow x=2\sqrt{x-1}$ $\Leftrightarrow x^2-4x+4=0$ $\Leftrightarrow x=2$	05
III			2
	1		1
		$\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^{x-1}+\tan(x^2-1)-1}{\sqrt[3]{x}-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-1+\tan(x^2-1)}{x-1}.(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)$ $=\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-1}{x-1}.(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)+\lim\limits_{x\to 1}\frac{\tan(x^2-1)}{x^2-1}.(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)(x+1)$ $=\lim\limits_{x\to 1}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)+\lim\limits_{x\to 1}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)(x+1)=9$	02 05 02

	2		1
		Kẻ đường cao SI của tam giác SBC. Khi đó AI $\perp$BC (Định lí 3 đường vuông góc) do đó $\angle SIA = \beta$ 	02
		AI = a.cotβ, AB = AD = $\dfrac{a\cot\beta}{\sin\alpha}$, SI = $\dfrac{a}{\sin\beta}$ $S_{ABCD} = AB.AD.\sin\alpha = \dfrac{a^2\cot^2\beta}{\sin\alpha}$	02
		$V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\cot^2\beta}{3\sin\alpha}$	02
		$S_{xq} = S_{SAB} + S_{SAD}\ S_{SBC} + S_{SCD}$ $= \dfrac{a^2\cot\beta}{\sin\alpha}.(1+\dfrac{1}{\sin\beta})$	02
IV			1
		Ta có $a^3+b^3+c^3+3abc \ge a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)$ $\Leftrightarrow \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca} \le \dfrac{3}{2}$ $\Leftrightarrow \cos A+\cos B+\cos C \le \dfrac{3}{2}$ Mặt khác $\cos A+\cos B+\cos C = (\cos A+\cos B).1-(\cos A\cos B-\sin A\sin B)$ $\le \dfrac{1}{2}[(\cos A+\cos B)^2+1^2]+\dfrac{1}{2}[\sin^2 A+\sin^2 B]-\cos A\cos sB = \dfrac{3}{2}$ Do đó $\cos A+\cos B+\cos C \le \dfrac{3}{2}$	02 02 05
Va			3
	1		1
		Gọi I là trung điểm của AB, J là trung điểm của IB. Khi đó I(1 ; -2), J($\dfrac{5}{2}$;-3) Ta có : $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})+2\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MJ}$	02

		Vì vậy $\left\lvert \overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB} \right\rvert$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của J trên đường thẳng Δ Đường thẳng JM qua J và vuông góc với Δ có phương trình : 2x – y – 8 = 0. Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ 2x-y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-2}{5} \\ y=\dfrac{19}{5} \end{cases}$ vậy M($\dfrac{19}{5};\dfrac{-2}{5}$)	02 02 02
	2		1
		Đường thẳng d_1 đi qua A(1; 0; -2) và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$, đường thẳng d_2 đi qua B(0; 1; 1) và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-1)$. Gọi $(\alpha),(\beta)$ là các mặt phẳng đi qua M và lần lượt chứa d_1 và d_2. Đường thẳng cần tìm chính là giao tuyến của hai mặt phẳng (α)và(β) Ta có $\overrightarrow{MA}=(0;0;-3),\overrightarrow{MB}=(-1;1;0)$ $\overrightarrow{n_1}=\dfrac{1}{3}\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{u_1}\right]=(2;1;0),\overrightarrow{n_2}=-\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{u_2}\right]=(1;1;4)$ là các vecto pháp tuyến của (α)và(β) Đường giao tuyến của (α)và(β) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(4;-8;1)$ và đi qua M(1;0;1) nên có phương trình x= 1 + 4t, y = 8t, z = 1 + t	02 02 02 02
	3		1
		Gọi z = x + y.i. Khi đó $z^2 = x^2 - y^2 + 2xy.i$, $\bar{z}=x-yi$ $z^2+2\bar{z}=0 \Leftrightarrow x^2-y^2+2x+2(x-1)yi=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2+2x=0 \\ 2(x-1)y=0 \end{cases} \Leftrightarrow (x=1;y=\pm\sqrt{3}),(x=0;y=0),(x=-2;y=0)$ Vậy có 4 số phức thỏa mãn z = 0, z = - 2 và z = $1\pm\sqrt{3}i$	02 02 02 02
Vb			3
	1		1
		Gọi giao điểm thứ hai của đường thẳng cần tìm với (C_1) và (C_2) lần lượt là M và N Gọi M(x; y)$\in(C_1)\Rightarrow x^2+y^2=13$ (1) Vì A là trung điểm của MN nên N(4 – x; 6 – y). Do N $\in(C_2)\Rightarrow(2+x)^2+(6-y)^2=25$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ (2+x)^2+(6-y)^2=25 \end{cases}$ Giải hệ ta được (x = 2 ; y = 3) (loại) và (x =$\dfrac{-17}{5}$; y =$\dfrac{6}{5}$). Vậy M($\dfrac{-17}{5}$; $\dfrac{6}{5}$) Đường thẳng cần tìm đi qua A và M có phương trình : x – 3y + 7 = 0	02 02 02 02
	2		1
		Gọi M (1- t ; 2t ; -2 + t) $\in d_1$, N(t' ; 1+3t' 1- t') $\in d_2$ Đường thẳng d_1 có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$, đường thẳng d_2 có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-1)$. $\overrightarrow{MN}=(t'+t-1;3t'-2t+1;-t'-t+3)$	

		MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 khi và chỉ khi $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-3t+3=0 \\ 11t'-4t-1=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t'=\dfrac{3}{5} \\ t=\dfrac{7}{5} \end{cases}$ Do đó M($\frac{-2}{5};\frac{14}{5};\frac{-3}{5}$), N($\frac{3}{5};\frac{14}{5};\frac{2}{5}$). Mặt cầu đường kính MN có bán kính R = $\frac{MN}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ và tâm I($\frac{1}{10};\frac{14}{5};\frac{-1}{10}$) có phương trình $(x-\frac{1}{10})^2+(y-\frac{14}{5})^2+(z+\frac{1}{10})^2=\frac{1}{2}$	02 02 02 02
	3		1
		Gọi z = x + yi, M(x ; y) là điểm biểu diễn số phức z. $\lvert z+1+2i\rvert=1 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y+2)^2=1$ Đường tròn (C) : $(x+1)^2+(y+2)^2=1$ có tâm (-1;-2) Đường thẳng OI có phương trình y = 2x Số phức z thỏa mãn điều kiện và có môdun nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm Biểu diễn nó thuộc (C) và gần gốc tọa độ O nhất, đó chính là một trong hai giao điểm của đường thẳng OI và (C)  Khi đó tọa độ của nó thỏa mãn hệ $\begin{cases} y=2x \\ (x+1)^2+(y+2)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1-\dfrac{1}{\sqrt{5}} \\ y=-2-\dfrac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}, \begin{cases} x=-1+\dfrac{1}{\sqrt{5}} \\ y=-2+\dfrac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$ Chon z = $-1+\frac{1}{\sqrt{5}}+i(-2+\frac{2}{\sqrt{5}})$	02 02 02 02